Wiederholen und Üben

Lösungen Seite 2

1 Prüfe, welche der angegebenen Zahlenpaare Lösungen der Gleichung $7x - 4y = 3$ sind.

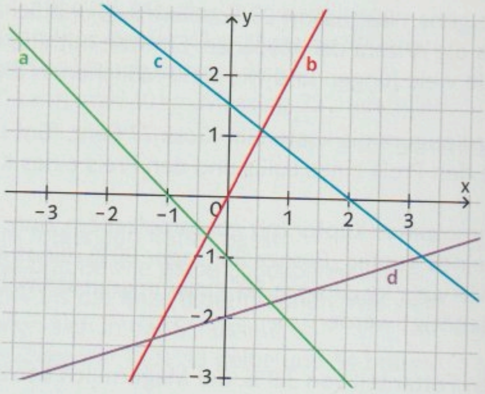
A $(1|1)$ B $(3|4)$ C $(-2|-4)$ D $\left(0\middle|-\frac{3}{4}\right)$ E $\left(\frac{3}{7}\middle|0\right)$ F $\left(\frac{1}{2}\middle|\frac{1}{8}\right)$ G $(0{,}4|-0{,}7)$

2 Bestimme die fehlenden Werte so, dass sich eine Lösung der Gleichung $3x - 0{,}5y = 1$ ergibt.

a) $(0|\square)$ b) $(\square|4)$ c) $(3|\square)$ d) $(\square|-8)$ e) $\left(\frac{1}{2}\middle|\square\right)$ f) $(\square|7)$

3 Jede Gerade aus der Figur veranschaulicht die Lösungen einer linearen Gleichung mit zwei Variablen.

a) Gib die zugehörigen Gleichungen der Geraden in der Form $y = mx + b$ an.
b) Lies zu jeder Gleichung zwei Lösungen aus der Zeichnung ab.
c) Überprüfe durch Einsetzen, ob deine Ergebnisse aus den Teilaufgaben a) und b) stimmen können.



4 Gib vier verschiedene lineare Gleichungen an, die die Lösung $(2|-1)$ haben.

5 Löse das Gleichungssystem grafisch. Führe anschließend eine Probe durch.

a) I: $y = -x + 3$ II: $y = \frac{1}{2}x$
b) I: $3x + y + 2 = 0$ II: $y = 4$
c) I: $3x + 4y = 20$ II: $-x + 4y = 4$
d) I: $2x + 5y = -1$ II: $x - 3y = -6$

6 Löse das Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren und mache eine Probe.

a) I: $x = 2y - 1$ II: $x = 8y + 2$
b) I: $b = 3a + 2$ II: $b = 4a - 5$
c) I: $y = 2x - 3$ II: $y = 3x + 7$
d) I: $3d = 3c - 2$ II: $8c + 3 = 3d$

7 Löse das Gleichungssystem mit dem Einsetzungsverfahren und mache eine Probe.

a) I: $x = 3y + 1$ II: $4x + 2 = y - 5$
b) I: $-4c + 5 = d$ II: $\frac{1}{3}d - 5 = -2c + 2$
c) I: $3a + 2b = 8$ II: $b = a + 4$
d) I: $3y - 4x = 4$ II: $1 = 3y - x$

8 Löse das Gleichungssystem mit dem Einsetzungsverfahren und führe anschließend eine Probe durch. Die Lösung findest du auf den Kärtchen.

a) I: $x = 3y - 10$ II: $5y + x = 6$
b) I: $2x + y = 7$ II: $y = -3x - 1$
c) I: $x - y = 0$ II: $3x - 2y = 2$
d) I: $-4x + y = 12$ II: $2x + y = -12$
e) I: $x - 6y = 15$ II: $5x + 7y = 1$
f) I: $-2x + 3y = 3$ II: $x + 3y = -15$
g) I: $x - 3y = 1$ II: $2x - 5y = 3$
h) I: $-x + 3y = 1$ II: $-3x + 8y = 1$

$(-8|23)$ $(4|1)$ $(-4|-4)$ $(5|2)$ $(-6|-3)$ $(2|2)$ $(-4|2)$ $(3|-2)$

9 Löse das Gleichungssystem mit dem Additionsverfahren. Mache eine Probe.

a) I: $5x + 3y = -13$ II: $-4x - 3y = 11$
b) I: $2x + 7y = -7$ II: $2x - 3y = 3$
c) I: $7x - 11y = 1$ II: $14x - 20y = 12$
d) I: $\frac{3}{2}x + 0{,}4y = 3{,}5$ II: $3x - 0{,}4y = 1$

Teste dich!

10 Löse das Gleichungssystem rechnerisch und führe anschließend eine Probe durch.

a) I: $2x + 7y = -10$
II: $x = -1{,}5$

b) I: $10x + 30y = -13$
II: $2{,}5x + 10y = -2{,}25$

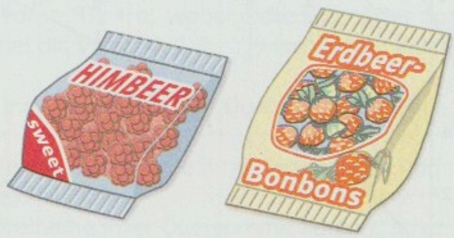
c) I: $\frac{1}{2}x + y = -1{,}5$
II: $-x + 0{,}4y = -1{,}8$

d) I: $5x - 3y = 1$
II: $10x - 7y = -1$

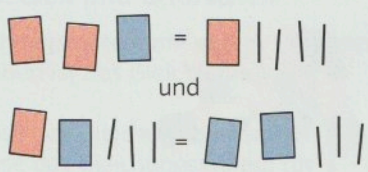
e) I: $5x + 8y = -1040$
II: $4x - 3y = -33$

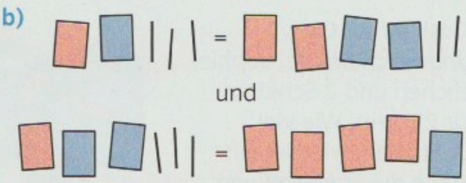
f) I: $17{,}2x - 4y = 8$
II: $11{,}5x + 5y = -10$

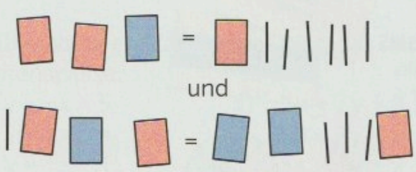
11 Die Tüten enthalten verschieden viele Bonbons. Nimmt man zwei Tüten der Sorte Himbeer und drei Tüten der Sorte Erdbeer, dann hat man insgesamt 90 Bonbons. Nimmt man zwei Tüten der Sorte Himbeer und fünf Tüten der Sorte Erdbeer, dann hat man insgesamt 130 Bonbons. Berechne, wie viele Bonbons in jeder Tüte sind.

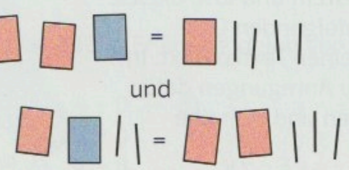


12 **Knack die Box!**
Die gleichfarbigen Boxen sind jeweils mit derselben Anzahl von Hölzchen gefüllt. Ein Strich stellt ebenfalls ein Hölzchen dar. Das Gleichheitszeichen gibt an, dass links und rechts vom Gleichheitszeichen insgesamt gleich viele Hölzchen liegen.
Notiere die beiden Boxengleichungen, addiere sie und versuche dann, weiter zu vereinfachen.

a)


b)


c)


d)


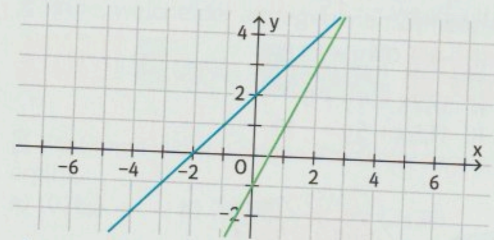
Vertiefen und Anwenden

13 Gegeben ist die Gleichung I: $y = 2x - 1$.
Gib eine lineare Gleichung II an, sodass das Gleichungssystem mit den Gleichungen I und II
a) unendlich viele Lösungen hat.
b) keine Lösung hat.
c) eine Lösung von der Form $(1|y)$ hat. Gib den Wert für y an und erläutere deine Vorgehensweise.

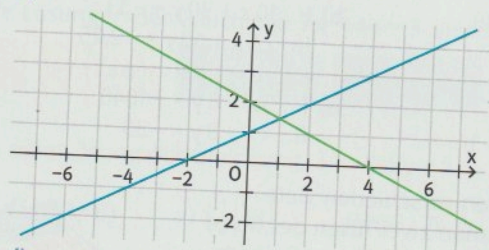
14 Gib, falls möglich, ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Variablen an, das
a) nur die Lösung $(1|1)$ hat.
b) nur die Lösungen $(1|0)$ und $(4|3)$ hat.
c) unter anderem die Lösungen $(-1|2)$ und $(3|2)$ hat.

15 Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt der beiden Geraden.

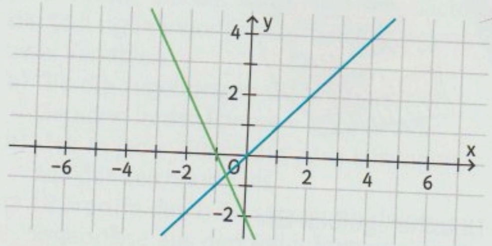
a)



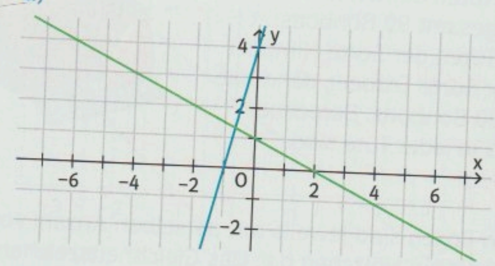
b)



c)



d)



16 Enni bezahlt für 12 Brötchen und 6 Brezeln 10,80 €. Freia kauft beim selben Bäcker 7 Brötchen und 7 Brezeln für 8,75 €. Berechne, wie viel Greta für 5 Brezeln und 8 Brötchen zahlt.

17 a) Anne kauft am Kiosk für 24 Cent 3 Colafläschchen und 3 Schlümpfe. Sophie kauft 5 Colafläschchen und 2 Schlümpfe und zahlt dafür 25 Cent. Wie viel kostet ein Colafläschchen, wie viel ein Schlumpf? Übersetze die Fragestellung in ein Gleichungssystem und löse dieses.

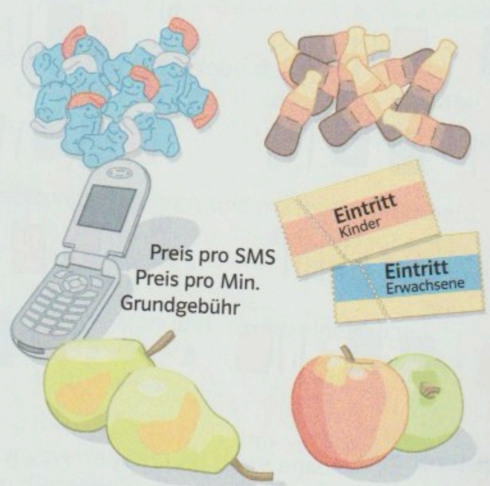
b) Übersetze die nachfolgenden Gleichungssysteme in einen Textkontext. In der Figur findest du Anregungen dafür. Löse die Gleichungen und schreibe einen Antwortsatz.

(1) $10x + 5y = 3{,}95$
$8x + 7y = 4{,}03$

(2) $5x + 2y = 16$
$2x + 5y = 19$

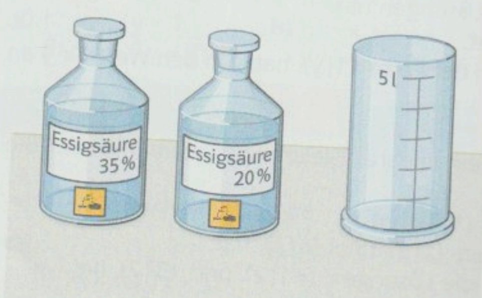
(3) $3x + 5 = 5{,}57$
$5x + 10y = 3{,}85$

(4) $2x + 2y = 70$
$x + 4y = 80$



Mischungsaufgaben

18 Berechne, wie viele Liter man jeweils aus den beiden Flaschen in den Messzylinder gießen muss, um 1,5 Liter 30%ige Essigsäure zu erhalten.



19 90%ige Salzsäure soll mit Wasser verdünnt werden. Ermittle, wie viel Prozent Wasser beim Mischen verwendet werden muss, damit der Säuregehalt

a) 45% b) 60% c) 30% d) 15%

beträgt.

Zahlenrätsel

20 a) Die Summe aus dem Doppelten einer Zahl und der Hälfte der anderen Zahl ist um 1 größer als die Hälfte der Summe der beiden Zahlen. Berechne die Zahlen.

b) Von zwei Zahlen weiß man, dass die erste doppelt so groß ist wie die zweite. Addiert man das Dreifache der ersten Zahl zu der zweiten Zahl hinzu, so erhält man 14. Berechne die Zahlen.

21 Eine zweistellige Zahl ist von der allgemeinen Form $10z + e$, wobei e die Einerziffer und z die Zehnerziffer ist. Die Einerziffer e kann dabei die Werte 0, 1, 2,…, 9 haben, die Zehnerziffer die Werte 1, 2,…, 9.

a) Eine zweistellige Zahl ist 9-mal so groß wie ihre Einerziffer. Ihre Quersumme beträgt 9. Berechne diese Zahl.

b) Eine zweistellige Zahl ist doppelt so groß wie das Sechsfache ihrer Zehnerziffer und um 18 größer als ihre Quersumme. Berechne diese Zahl.

c) Wenn man zu einer zweistelligen Zahl das Dreifache ihrer Quersumme addiert, so erhält man 99. Vertauscht man die Ziffern der Zahl und dividiert die neue Zahl durch ihre Quersumme, so ergibt sich 3. Wie heißt die ursprüngliche Zahl?

Ein Beispiel zur Erinnerung:
Die Quersumme der Zahl 82 ist $8 + 2 = 10$.

22 Eine zweiziffrige Zahl ist achtmal so groß wie ihre Quersumme. Vertauscht man die Ziffern der Zahl miteinander, so erhält man eine um 45 kleinere Zahl. Wie heißt sie?

Vernetzen und Erforschen

23 **Gleichungssystem mit einem Parameter**

Gegeben ist das Gleichungssystem I: $x - 2y = a$
II: $2x - 3y = a$.

a) Löse das Gleichungssystem für $a = 1$.

b) Löse das Gleichungssystem für $a = 3$.

c) Gib die Lösung des Gleichungssystems in Abhängigkeit von a an.

24 Prüfe, ob es ein Zahlenpaar gibt, das alle drei Gleichungen erfüllt. Erläutere deine Vorgehensweise.

a) $y = -x + 5$; $y = 2x - 4$; $y = x - 1$

b) $2x + y = 8$; $-x + 2y = 6$; $0{,}5x - y = 2$

c) $2x - y + 4 = 0$; $5x + 3y - 12 = 0$; $x + 5y + 2 = 0$

d) $3x - y = -5{,}3$; $-6x + 2y = -8{,}2$; $9x - 3y = -1{,}5$

25 Drei einstellige Zahlen haben die Summe 15. Die größte dreistellige Zahl, die man mit den Zahlen als Ziffern bilden kann, unterscheidet sich um 396 von der kleinsten dreistelligen Zahl, die man bilden kann. Bestimme die drei einstelligen Zahlen.

26 **Wahr oder falsch?**

Sind x und y die beiden Seitenlängen eines Rechtecks, so berechnet man den Umfang U und den Flächeninhalt A bekanntlich mit den Formeln $U = 2x + 2y$ bzw. $A = x \cdot y$. Im Folgenden wird das nichtlineare Gleichungssystem aus diesen beiden Gleichungen erforscht:

I: $2x + 2y = U$

II: $x \cdot y = A$,

wobei A und U positive reelle Zahlen sind.

Entscheide bei jeder Aussage, ob sie wahr oder falsch ist. Begründe deine Entscheidung.
Es gibt positive reelle Zahlen U und A,

a) sodass das Gleichungssystem keine Lösung hat.

b) sodass das Gleichungssystem genau zwei Lösungen hat.

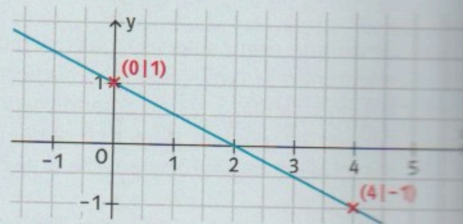
c) sodass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat.

Rückblick

Lineare Gleichungen mit zwei Variablen

Gleichungen der Form $x + 2y = 2$ heißen lineare Gleichungen mit zwei Variablen.
$(4|-1)$ ist eine Lösung von $x + 2y = 2$, denn beim Einsetzen der Werte in die Gleichung erhält man eine wahre Aussage:
$4 + 2 \cdot (-1) = 2$.
Die Lösungen einer linearen Gleichung entsprechen den Punkten auf einer Geraden. Um die Gerade zeichnen zu können, kann man die Gleichung nach einer Variablen auflösen.

$$\begin{aligned} x + 2y &= 2 && |-x \\ 2y &= -x + 2 && |:2 \\ y &= -0{,}5x + 1 \end{aligned}$$



$(0|1)$ und $(4|-1)$ sind zwei mögliche Lösungen.

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

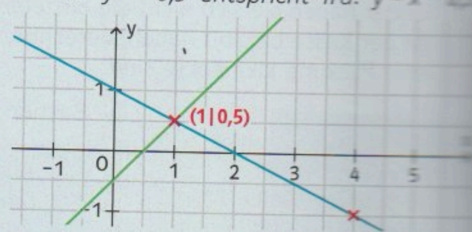
Sollen für zwei Variablen gleichzeitig zwei lineare Gleichungen gelten, spricht man von einem linearen Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Variablen, zum Beispiel:

I: $x + 2y = 2$
II: $-x + y = -0{,}5$

Ein Zahlenpaar $(x|y)$ heißt Lösung des Gleichungssystems, wenn sich beim Einsetzen der beiden Werte in beide Gleichungen jeweils eine wahre Aussage ergibt.

Grafisches Lösungsverfahren

I: $x + 2y = 2$ entspricht Ia: $y = -0{,}5x + 1$
II: $-x + y = -0{,}5$ entspricht IIa: $y = x - 0{,}5$



Die Geraden schneiden sich im Punkt $(1|0{,}5)$.
Also ist $(1|0{,}5)$ eine Lösung des Gleichungssystems.

Lösungsvielfalt linearer Gleichungssysteme

An der grafischen Darstellung der beiden Gleichungen lässt sich die Anzahl der Lösungen eines Gleichungssystems ablesen:
- Haben die zugehörigen Geraden einen Schnittpunkt, hat das Gleichungssystem **genau eine** Lösung.
- Sind die zugehörigen Geraden parallel zueinander, hat das Gleichungssystem **keine** Lösung.
- Sind die Geraden identisch, gibt es **unendlich viele** Lösungen.

Rechnerisches Lösen eines linearen Gleichungssystems

Beim rechnerischen Lösen eines linearen Gleichungssystems wird aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen zunächst eine Gleichung erzeugt, in der eine Variable nicht mehr vorkommt. Hierzu gibt es drei verschiedene Verfahren:
1. Beim **Gleichsetzungsverfahren** werden beide Gleichungen nach derselben Variablen (z. B. y) aufgelöst und die ermittelten Terme gleichgesetzt.
2. Beim **Einsetzungsverfahren** wird eine Gleichung nach einer Variablen (z. B. y) aufgelöst und der ermittelte Term in die andere Gleichung eingesetzt.
3. Beim **Additionsverfahren** werden die beiden Gleichungen addiert. Zuvor werden die Gleichungen ggf. so umgeformt, dass nach dem Addieren eine Variable nicht mehr auftritt.

Ia: $y = -0{,}5x + 1$
IIa: $y = x - 0{,}5$

Gleichsetzungsverfahren:
Gleichsetzen: $-0{,}5x + 1 = x - 0{,}5$
Gleichung lösen: $x = 1$
Einsetzen von $x = 1$ in Ia oder IIa:
$y = -0{,}5 + 1 = 0{,}5$.

Einsetzungsverfahren:
Einsetzen von $y = x - 0{,}5$ in I:
$x + 2(x - 0{,}5) = 2$
Gleichung lösen: $x = 1$
Einsetzen von $x = 1$ in IIa: $y = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$

Additionsverfahren:
Addieren:
$$\begin{array}{lr} \text{I:} & x + 2y = 2 \\ \text{II:} & -x + y = -0{,}5 \\ \hline \text{I + II:} & 3y = 1{,}5 \end{array}$$
Gleichung lösen: $y = 0{,}5$
Einsetzen von $y = 0{,}5$ in I: $x + 2 \cdot 0{,}5 = 2$,
also $x = 1$

Unabhängig vom Lösungsverfahren führt man abschließend eine **Probe** durch, bei der man die ermittelten Werte in die beiden Ausgangsgleichungen einsetzt.

Probe: *$(1|0{,}5)$ in I: $1 + 2 \cdot 0{,}5 = 2$ (wahr)*
$(1|0{,}5)$ in II: $-1 + 0{,}5 = -0{,}5$ (wahr)

Runde 1

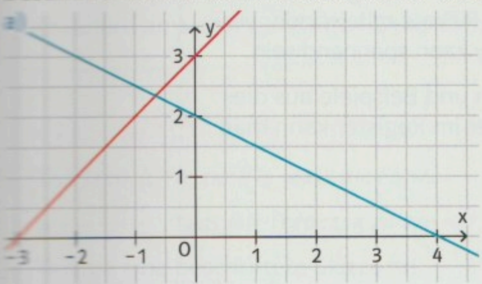
Lösungen | Seite 263

Überprüfe, ob $(0|4)$, $(-1|1)$ oder $(1{,}5|-0{,}4)$ eine Lösung $(x|y)$ der Gleichung ist.

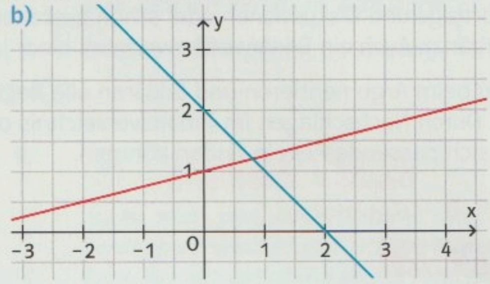
a) $4x - 2y = -6$ b) $\frac{2}{3}y - \frac{8}{3} = 2x$ c) $-2x + 5y = -5$

Bestimme rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunkts der Geraden.

a)



b)



Entscheide, welches Verfahren zum rechnerischen Lösen des Gleichungssystems geeignet ist. Begründe deine Wahl. Löse das Gleichungssystem anschließend.

a) I: $6x + 4y = 14$
II: $-5x - 4y = -15$

b) I: $y = 1{,}5x - 4$
II: $x + y = 3$

c) I: $3x + 5y = 2$
II: $x - 5y = 8$

d) I: $x = 2\frac{1}{2}y - \frac{1}{5}$
II: $6y = 2x + 1\frac{1}{5}$

Untersuche rechnerisch, wie viele Lösungen das Gleichungssystem hat.

a) I: $5x - 3y = -7$
II: $2x = -2{,}8 + 1{,}2y$

b) I: $5x = 3y - 7$
II: $2{,}5x - 1{,}5y = 2$

Für ein Jugendtreffen werden insgesamt zwölf Zelte aufgebaut. Es werden nur Zelte für drei Personen und Zelte für vier Personen verwendet. In den Drei-Personen-Zelten schlafen die Mädchen, in den Vier-Personen-Zelten schlafen die Jungen. Die insgesamt 43 Jugendlichen belegen alle Plätze in den Zelten.
Bestimme die Anzahl der Jungen und der Mädchen im Camp.

Runde 2

Lösungen | Seite 263

Bestimme die Lösung des Gleichungssystems *zeichnerisch*.

a) I: $y = 4x - 2$
II: $y = 5x - 3$

b) I: $-5y + x = -5$
II: $4y = 2 + x$

c) I: $5y - 2 - x = 0$
II: $6y - x - 3 = 0$

d) I: $y - 2 - x = 7$
II: $y - x - 3 = 1$

Wähle drei Gleichungssysteme aus. Löse eines mit dem Gleichsetzungsverfahren, eines mit dem Einsetzungsverfahren und eines mit dem Additionsverfahren. Erläutere deine Wahl.

(1) I: $4s - 1 = 9t$
II: $-2s + 5 = -9t$

(2) I: $7x - 1 = 5y$
II: $7x + 2 = 4y$

(3) I: $a + b = 7$
II: $3a - 5 = b$

(4) I: $2y - 3z = 4$
II: $3y - 2z = 11$

3. 11 Stücke Schokotorte und 15 Stücke Apfelkuchen kosten zusammen 47,18 €. 13 Stücke Schokotorte und 10 Stücke Apfelkuchen kosten 53,87 €. Bestimme den Preis für ein Stück Schokotorte bzw. Apfelkuchen.

4. Frau Becker möchte aus einer 10%igen und einer 30%igen Salzsäure eine 12%ige Salzsäure herstellen. Bestimme, in welchen Anteilen sie die beiden Säuren mischen muss.

Lösungen

3

a) a: $y = -x - 1$
b: $y = 2x$
c: $y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$
d: $y = \frac{1}{3}x - 2$

b) individuelle Lösung, zum Beispiel:
a: $(-2|1)$, $(0|-1)$
b: $(0|0)$, $(1|2)$
c: $\left(0\middle|\frac{3}{2}\right)$, $(2|0)$
d: $(0|-2)$, $(3|-1)$

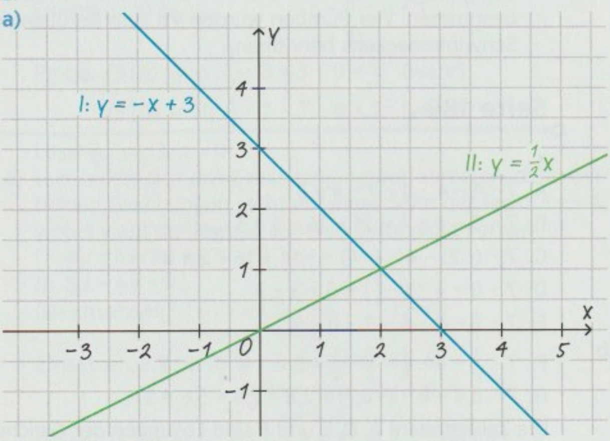
c) individuelle Lösung
Überprüfung anhand der Beispiele aus b) (s.o.):
a: $1 = -(-2) - 1$ (wahr)
$-1 = -0 - 1$ (wahr)
b: $0 = 2 \cdot 0$ (wahr)
$2 = 2 \cdot 1$ (wahr)
c: $\frac{3}{2} = -\frac{3}{4} \cdot 0 + \frac{3}{2}$ (wahr)
$0 = -\frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{3}{2}$ (wahr)
d: $-2 = \frac{1}{3} \cdot 0 - 2$ (wahr)
$-1 = \frac{1}{3} \cdot 3 - 2$ (wahr)

4

individuelle Lösung, zum Beispiel:
$y = x - 3$; $y = -\frac{1}{2}x$; $y = -x + 1$; $y = 2x - 5$

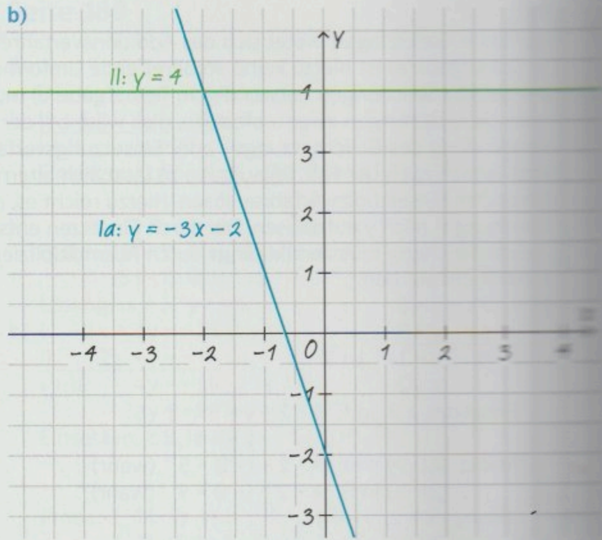
5

a)



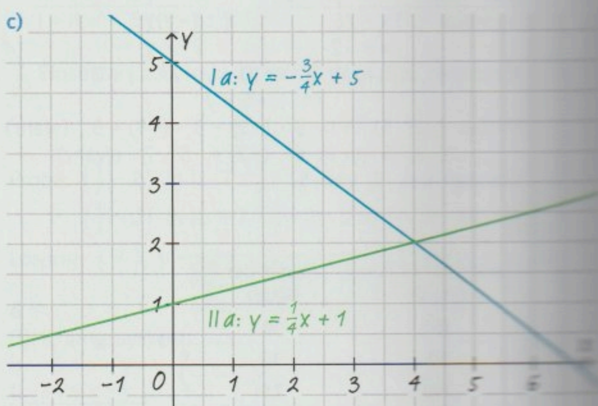
Lösung: $(2|1)$
Probe: $(2|1)$ in I: $1 = -2 \cdot 2 + 3$ (wahr)
$(2|1)$ in II: $1 = \frac{1}{2} \cdot 2$ (wahr)

b)



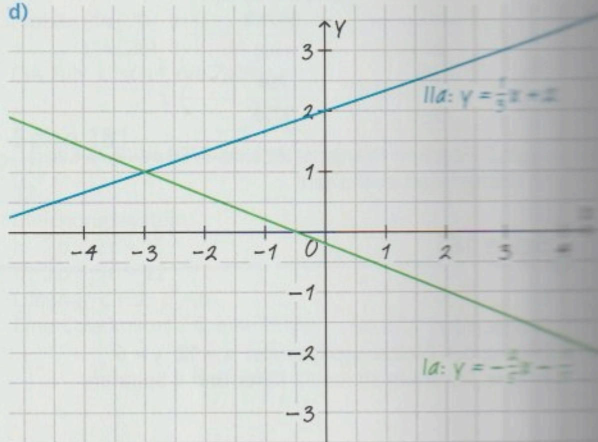
Lösung: $(-2|4)$
Probe: $(-2|4)$ in I: $3 \cdot (-2) + 4 + 2 = 0$ (wahr)
$(-2|4)$ in II: $4 = 4$ (wahr)

c)



Lösung: $(4|2)$
Probe: $(4|2)$ in I: $3 \cdot 4 \cdot 2 = 20$ (wahr)
$(4|2)$ in II: $-4 + 4 \cdot 2 = 4$ (wahr)

d)



g: (−3|1)
(−3|1) in I: $2 \cdot (-3) + 5 \cdot 1 = -1$ (wahr)
(−3|1) in II: $-3 - 3 \cdot 1 = -6$ (wahr)
g: $x = -3,\ y = 1$

$x = 2y - 1$
$x = 8y + 2$
ichsetzen: $2y - 1 = 8y + 2 \quad | -8y+1$
$-6y = 3 \quad | : (-6)$
$y = -\frac{1}{2}$
setzen, z.B. in I: $x = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = -2$
be: $\left(-2\middle|-\frac{1}{2}\right)$ in I: $-2 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 1$ (wahr)
$\left(-2\middle|-\frac{1}{2}\right)$ in II: $-2 = 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2$ (wahr)
ung: $x = -2,\ y = -\frac{1}{2}$
$b = 3a + 2$
$b = 4a - 5$
ichsetzen: $3a + 2 = 4a - 5 \quad | -3a+5$
$7 = a$
setzen, z.B. in I: $b = 3 \cdot 7 + 2 = 23$
be: (7|23) in I: $23 = 3 \cdot 7 + 2$ (wahr)
(7|23) in II: $23 = 4 \cdot 7 - 5$ (wahr)
ung: $a = 7,\ b = 23$
$y = 2x - 3$
$y = 3x + 7$
ichsetzen: $2x - 3 = 3x + 7 \quad | -2x-7$
$-10 = x$
setzen, z.B. in I: $y = 2 \cdot (-10) - 3 = -23$
be: (−10|−23) in I: $-23 = 2 \cdot (-10) - 3$ (wahr)
(−10|−23) in II: $-23 = 3 \cdot (-10) + 7$ (wahr)
ung: $x = -10,\ y = -23$
$3d = 3c - 2$
$8c + 3 = 3d$
ichsetzen: $3c - 2 = 8c + 3 \quad | -8c+2$
$-5c = 5 \quad | : -5$
$c = -1$
setzen, z.B. in I: $3d = 3 \cdot (-1) - 2 = -5 \quad | : 3$
$d = -\frac{5}{3}$
be: $\left(-1\middle|-\frac{5}{3}\right)$ in I: $3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = 3 \cdot (-1) - 2$ (wahr)
$\left(-1\middle|-\frac{5}{3}\right)$ in II: $8 \cdot (-1) + 3 = 3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$ (wahr)

$x = 3y + 1$
$4x + 2 = y - 5$
n II einsetzen: $4 \cdot (3y + 1) + 2 = y - 5$
$12y + 4 + 2 = y - 5 \quad | -y-6$
$11y = -11 \quad | : 11$
$y = -1$
nsetzen in I: $x = 3 \cdot (-1) + 1 = -2$
be: (−2|−1) in I: $-2 = 3 \cdot (-1) + 1$ (wahr)
(−2|−1) in II: $4 \cdot (-2) + 2 = -1 - 5$ (wahr)
sung: $x = -2,\ y = -1$

b) I: $-4c + 5 = d$
II: $\frac{1}{3}d - 5 = -2c + 2$
I in II einsetzen: $\frac{1}{3} \cdot (-4c + 5) - 5 = -2c + 2$
$-\frac{4}{3}c + \frac{5}{3} - \frac{15}{3} = -\frac{6}{3}c + \frac{6}{3} \quad | +\frac{6}{3}c + \frac{10}{3}$
$\frac{2}{3}c = \frac{16}{3} \quad | \cdot \frac{3}{2}$
$c = 8$
Einsetzen in I: $d = -4 \cdot 8 + 5 = -27$
Probe: (8|−27) in I: $-4 \cdot 8 + 5 = -27$ (wahr)
(8|−27) in II: $\frac{1}{3} \cdot (-27) - 5 = -2 \cdot 8 + 2$
$-14 = -14$ (wahr)
Lösung: $c = 8,\ d = -27$

c) I: $3a + 2b = 8$
II: $b = a + 4$
II in I einsetzen: $3a + 2 \cdot (a + 4) = 8$
$3a + 2a + 8 = 8 \quad | -8$
$5a = 0 \quad | : 5$
$a = 0$
Einsetzen in II: $b = 0 + 4 = 4$
Probe: (0|4) in I: $3 \cdot 0 + 2 \cdot 4 = 8$ (wahr)
(0|4) in II: $4 = 0 + 4$ (wahr)
Lösung: $a = 0,\ b = 4$

d) I: $3y - 4x = 4$
II: $1 = 3y - x \quad | +x$
IIa: $1 + x = 3y$
IIa in I einsetzen: $(1 + x) - 4x = 4$
$1 - 3x = 4 \quad | -1$
$-3x = 3 \quad | : (-3)$
$x = -1$
Einsetzen, z.B. in I: $3y - 4 \cdot (-1) = 4 \quad | -4$
$3y = 0 \quad | : 3$
$y = 0$
Probe: (−1|0) in I: $3 \cdot 0 - 4 \cdot (-1) = 4$ (wahr)
(−1|0) in II: $1 = 3 \cdot 0 - (-1)$ (wahr)
Lösung: $x = -1,\ y = 0$

8

a) I: $x = 3y - 10$
II: $5y + x = 6$
I in II einsetzen: $5y + (3y - 10) = 6 \quad | +10$
$8y = 16 \quad | : 8$
$y = 2$
Einsetzen in I: $x = 3 \cdot 2 - 10 = -4$
Probe: (−4|2) in I: $-4 = 3 \cdot 2 - 10$ (wahr)
(−4|2) in II: $5 \cdot 2 + (-4) = 6$ (wahr)
Lösung: $x = -4,\ y = 2$

b) I: $2x + y = 7$
II: $y = -3x - 1$
II in I einsetzen: $2x + (-3x - 1) = 7 \quad | +1$
$-x = 8 \quad | \cdot (-1)$
$x = -8$
Einsetzen in II: $y = -3 \cdot (-8) - 1 = 23$
Probe: (−8|23) in I: $2 \cdot (-8) + 23 = 7$ (wahr)
(−8|23) in II: $23 = -3 \cdot (-8) - 1$ (wahr)
Lösung: $x = -8,\ y = 23$

c) I: $x - y = 0 \ | +y$
II: $3x - 2y = 2$
Ia: $x = y$ in II einsetzen: $3y - 2y = 2$
$y = 2$

Einsetzen in I a: $x = 2$
Probe: $(2\mid 2)$ in I: $2 - 2 = 0$ (wahr)
$(2\mid 2)$ in II: $3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 2$ (wahr)
Lösung: $x = 2,\ y = 2$

d) I: $-4x + y = 12 \quad \mid +4x$
II: $2x + y = -12$
I a: $y = 4x + 12$ in II einsetzen: $2x + (4x + 12) = -12 \quad \mid -12$
$6x = -24 \quad \mid :6$
$x = -4$
Einsetzen in I a: $y = 4 \cdot (-4) + 12 = -4$
Probe: $(-4\mid -4)$ in I: $-4 \cdot (-4) + (-4) = 12$ (wahr)
$(-4\mid -4)$ in II: $2 \cdot (-4) + (-4) = -12$ (wahr)
Lösung: $x = -4,\ y = -4$

e) I: $x - 6y = 15 \quad \mid +6y$
II: $5x + 7y = 1$
I a: $x = 6y + 15$ in II: $5 \cdot (6y + 15) + 7y = 1$
$30y + 75 + 7y = 1 \quad \mid -75$
$37y = -74 \quad \mid :37$
$y = -2$
Einsetzen in I a: $x = 6 \cdot (-2) + 15 = 3$
Probe: $(3\mid -2)$ in I: $3 - 6 \cdot (-2) = 15$ (wahr)
$(3\mid -2)$ in II: $5 \cdot 3 + 7 \cdot (-2) = 1$ (wahr)
Lösung: $x = 3,\ y = -2$

f) I: $-2x + 3y = 3$
II: $x + 3y = -15 \quad \mid -3y$
II a: $x = -3y - 15$ in I: $-2 \cdot (-3y - 15) + 3y = 3$
$6y + 30 + 3y = 3 \quad \mid -30$
$9y = -27 \quad \mid :9$
$y = -3$
Einsetzen in II a: $x = -3 \cdot (-3) - 15 = -6$
Probe: $(-6\mid -3)$ in I: $-2 \cdot (-6) + 3 \cdot (-3) = 3$ (wahr)
$(-6\mid -3)$ in II: $-6 + 3 \cdot (-3) = -15$ (wahr)
Lösung: $x = -6,\ y = -3$

g) I: $x - 3y = 1 \quad \mid +3y$
II: $2x - 5y = 3$
I a: $x = 3y + 1$ in II: $2 \cdot (3y + 1) - 5y = 3$
$6y + 2 - 5y = 3 \quad \mid -2$
$y = 1$
Einsetzen in I a: $x = 3 \cdot 1 + 1 = 4$
Probe: $(4\mid 1)$ in I: $4 - 3 \cdot 1 = 1$ (wahr)
$(4\mid 1)$ in II: $2 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = 3$ (wahr)
Lösung: $x = 4,\ y = 1$

h) I: $-x + 3y = 1 \quad \mid +x-1$
II: $-3x + 8y = 1$
I a: $x = 3y - 1$ in II: $-3 \cdot (3y - 1) + 8y = 1$
$-9y + 3 + 8y = 1 \quad \mid -3$
$-y = -2 \quad \mid \cdot(-1)$
$y = 2$
Einsetzen in I a: $x = 3 \cdot 2 - 1 = 5$
Probe: $(5\mid 2)$ in I: $-5 + 3 \cdot 2 = 1$ (wahr)
$(5\mid 2)$ in II: $-3 \cdot 5 + 8 \cdot 2 = 1$ (wahr)
Lösung: $x = 5,\ y = 2$

9

a) I: $5x + 3y = -13$
II: $\underline{-4x - 3y = 11}$
I + II: $x = -2$
Einsetzen, z. B. in I: $5 \cdot (-2) + 3y = -13 \quad \mid +10$
$3y = -3 \quad \mid :3$
$y = -1$
Probe: $(-2\mid -1)$ in I: $5 \cdot (-2) + 3 \cdot (-1) = -13$ (wahr)
$(-2\mid -1)$ in II: $-4 \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) = 11$ (wahr)
Lösung: $x = -2,\ y = -1$

b) I: $2x + 7y = -7$
II: $2x - 3y = 3 \quad \mid \cdot(-1)$
I: $2x + 7y = -7$
II a: $\underline{-2x + 3y = -3}$
I + II a: $10y = -10 \quad \mid :10$
$y = -1$
Einsetzen, z. B. in I: $2x + 7 \cdot (-1) = -7 \quad \mid +7$
$2x = 0 \quad \mid :2$
$x = 0$
Probe: $(0\mid -1)$ in I: $2 \cdot 0 + 7 \cdot (-1) = -7$ (wahr)
$(0\mid -1)$ in II: $2 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) = 3$ (wahr)
Lösung: $x = 0,\ y = -1$

c) I: $7x - 11y = 1$
II: $14x - 20y = 12 \quad \mid :(-2)$
I: $7x - 11y = 1$
II a: $\underline{-7x + 10y = -6}$
I + II a: $-y = -5 \quad \mid \cdot(-1)$
$y = 5$
Einsetzen, z. B. in I: $7x - 11 \cdot 5 = 1 \quad \mid +55$
$7x = 56 \quad \mid :7$
$x = 8$
Probe: $(8\mid 5)$ in I: $7 \cdot 8 - 11 \cdot 5 = 1$ (wahr)
$(8\mid 5)$ in II: $14 \cdot 8 - 20 \cdot 5 = 12$
$112 - 100 = 12$ (wahr)
Lösung: $x = 8,\ y = 5$

d) I: $\frac{3}{2}x + 0{,}4y = 3{,}5$
II: $\underline{3x - 0{,}4y = 1}$
I + II: $4{,}5x = 4{,}5 \quad \mid :4{,}5$
$x = 1$
Einsetzen, z. B. in II: $3 \cdot 1 - 0{,}4y = 1 \quad \mid -3$
$-0{,}4y = -2 \quad \mid :(-0{,}4)$
$y = 5$
Probe: $(1\mid 5)$ in I: $\frac{3}{2} \cdot 1 + 0{,}4 \cdot 5 = 3{,}5$
$1{,}5 + 2 = 3{,}5$ (wahr)
$(1\mid 5)$ in II: $3 \cdot 1 - 0{,}4 \cdot 5 = 1$ (wahr)
Lösung: $x = 1,\ y = 5$

Seite 187

10

a) I: $2x + 7y = -10$
II: $x = -1{,}5$
II in I einsetzen: $2 \cdot (-1{,}5) + 7y = -10 \quad \mid +3$
$7y = -7 \quad \mid :7$
$y = -1$
Probe: $(-1{,}5\mid -1)$ in I: $2 \cdot (-1{,}5) + 7 \cdot (-1) = -10$ (wahr)
$(-1{,}5\mid -1)$ in II: $-1{,}5 = -1{,}5$ (wahr)
Lösung: $x = -1{,}5,\ y = -1$

b) I: $10x + 30y = -13$
II: $2{,}5x + 10y = -2{,}25 \quad \mid \cdot(-4)$
I: $10x + 30y = -13$
II a: $\underline{-10x - 40y = 9}$
I + II a: $-10y = -4 \quad \mid :(-10)$
$y = 0{,}4$

Einsetzen, z.B. in I: $10x + 30 \cdot 0{,}4 = -13 \quad | -12$
$10x = -25 \quad | : 10$
$x = -2{,}5$

Probe:
$(-2{,}5|0{,}4)$ in I: $10 \cdot (-2{,}5) + 30 \cdot 0{,}4 = -13$
$-25 + 12 = -13$ (wahr)

$(-2{,}5|0{,}4)$ in II: $2{,}5 \cdot (-2{,}5) + 10 \cdot 0{,}4 = -2{,}25$
$-6{,}25 + 4 = -2{,}25$ (wahr)

Lösung: $x = -2{,}5,\ y = 0{,}4$

c) I: $\frac{1}{2}x + y = -1{,}5 \quad | \cdot 2$
II: $-x + 0{,}4y = -1{,}8$

Ia: $x + 2y = -3$
II: $-x + 0{,}4y = -1{,}8$
Ia + II: $2{,}4y = -4{,}8 \quad | : 2{,}4$
$y = -2$

Einsetzen, z.B. in I: $\frac{1}{2}x + (-2) = -1{,}5 \quad | +2$
$\frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \quad | \cdot 2$
$x = 1$

Probe: $(1|-2)$ in I: $\frac{1}{2} \cdot 1 + (-2) = -1{,}5$ (wahr)
$(1|-2)$ in II: $-1 + 4 \cdot (-2) = -1{,}8$ (wahr)

Lösung: $x = 1,\ y = -2$

d) I: $5x - 3y = 1$
II: $10x - 7y = -1$

Ia: $-10x + 6y = -2$
II: $10x - 7y = -1$
Ia + II: $-y = -3 \quad | \cdot (-1)$
$y = 3$

Einsetzen, z.B. in I: $5x - 3 \cdot 3 = 1 \quad | +9$
$5x = 10 \quad | : 5$
$x = 2$

Probe: $(2|3)$ in I: $5 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 1$ (wahr)
$(2|3)$ in II: $10 \cdot 2 - 7 \cdot 3 = -1$ (wahr

Lösung: $x = 2,\ y = 3$

e) I: $5x + 8y = -1040 \quad | \cdot (-4)$
II: $4x - 3y = -33 \quad | \cdot 5$

Ia: $-20x - 32y = 4160$
IIa: $20x - 15y = -165$
Ia + IIa: $-47y = 3995 \quad | : (-47)$
$y = -85$

Einsetzen, z.B. in II: $4x - 3 \cdot (-85) = -33 \quad | -255$
$4x = -288 \quad | : 4$
$x = -72$

Probe:
$(-72|-85)$ in I: $5 \cdot (-72) + 8 \cdot (-85) = -1040$
$-360 - 680 = -1040$ (wahr)

$(-72|-85)$ in II: $4 \cdot (-72) - 3 \cdot (-85) = -33$
$-288 + 255 = -33$ (wahr)

Lösung: $x = -72,\ y = -85$

f) I: $17{,}2x - 4y = 8 \quad | \cdot 5$
II: $11{,}5x + 5y = -10 \quad | \cdot 4$

Ia: $86x - 20y = 40$
IIa: $46x + 20y = -40$
Ia + IIa: $132x = 0 \quad | : 132$
$x = 0$

Einsetzen, z.B. in I: $17{,}2 \cdot 0 - 4y = 8 \quad | : (-4)$
$y = -2$

Probe: $(0|-2)$ in I: $17{,}2 \cdot 0 - 4 \cdot (-2) = 8$ (wahr)
$(0|-2)$ in II: $11{,}5 \cdot 0 + 5 \cdot (-2) = -10$ (wahr)

Lösung: $x = 0,\ y = -2$

11

Anzahl der Himbeerbonbons in einer Tüte: x
Anzahl der Erdbeerbonbons in einer Tüte: y

I: $2x + 3y = 90 \quad | \cdot (-1)$
II: $2x + 5y = 130$

Ia: $-2x - 3y = -90$
II: $2x + 5y = 130$
Ia + II: $2y = 40 \quad | : 2$
$y = 20$

Einsetzen, z.B. in I: $2x + 3 \cdot 20 = 90 \quad | -60$
$2x = 30 \quad | : 2$
$x = 15$

Probe: $(15|20)$ in I: $2 \cdot 15 + 3 \cdot 20 = 90$ (wahr)
$(15|20)$ in II: $2 \cdot 15 + 5 \cdot 20 = 130$ (wahr)

In einer Tüte der Sorte Himbeer sind 15 Bonbons, in einer Tüte der Sorte Erdbeer 20 Bonbons.

12

Anzahl der Hölzchen in einer roten Box: x
Anzahl der Hölzchen in einer blauen Box: y

a) I: $2x + y = x + 4$
II: $x + y + 3 = 2y + 3$
I + II: $3x + 2y + 3 = x + 2y + 7 \quad | -x - 2y - 3$
$2x = 4 \quad | : 2$
$x = 2$

Einsetzen, z.B. in I: $2 \cdot 2 + y = 2 + 4 \quad | -4$
$y = 2$

Probe: $(2|2)$ in I: $2 \cdot 2 + 2 = 2 + 4$ (wahr)
$(2|2)$ in II: $2 + 2 + 3 = 2 \cdot 2 + 3$ (wahr)

In jeder roten Box sind 2 Hölzchen, in jeder blauen Box ebenfalls.

b) I: $x + y + 3 = 2x + 2y + 2$
II: $x + 2y + 3 = 4x + y$
I + II: $2x + 3y + 6 = 6x + 3y + 2 \quad | -2x - 3y - 2$
$4 = 4x \quad | : 4$
$x = 1$

Einsetzen, z.B. in II: $1 + 2y + 3 = 4 \cdot 1 + y \quad | -y - 4$
$y = 0$

Probe: $(1|0)$ in I: $1 + 0 + 3 = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 2$ (wahr)
$(1|0)$ in II: $1 + 2 \cdot 0 + 3 = 4 \cdot 1 + 0$ (wahr)

In jeder roten Box ist 1 Hölzchen, in jeder blauen Box k
Hölzchen.

c) I: $2x + y = x + 6$
II: $2x + y + 1 = x + 2y + 3$
I + II: $4x + 2y + 1 = 2x + 2y + 9 \quad | -2x - 2y - 1$
$2x = 8 \quad | : 2$
$x = 4$

Einsetzen, z.B. in I: $2 \cdot 4 + y = 4 + 6 \quad | -8$
$y = 2$

Probe: $(4|2)$ in I: $2 \cdot 4 + 2 = 4 + 6$ (wahr)
$(4|2)$ in II: $2 \cdot 4 + 2 + 1 = 4 + 2 \cdot 2 + 3$ (wahr

In jeder roten Box sind 4 Hölzchen, in jeder blauen Bo
2 Hölzchen.

d) I: $2x + y \quad = x + 4$
II: $x + y + 2 = 2x + 4$
I + II: $3x + 2y + 2 = 3x + 8 \quad | -3x - 2$
$2y = 6 \quad | :2$
$y = 3$
Einsetzen, z.B. in I: $2x + 3 = x + 4 \quad | -x - 3$
$x = 1$
Probe: $(1|3)$ in I: $2 \cdot 1 + 3 = 1 + 4$ (wahr)
$(1|3)$ in II: $1 + 3 + 2 = 2 \cdot 1 + 4$ (wahr)
In jeder roten Box ist 1 Hölzchen, in jeder blauen Box sind 3 Hölzchen.

13

a) individuelle Lösung;
Beispiel einer Gleichung: II: $2y = 4x - 2$

b) individuelle Lösung;
Beispiel einer Gleichung: II: $y = 2x$

c) $x = 1$ in I einsetzen: $y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$
Gesucht ist also eine Gleichung II, die $(1|1)$ als Lösung besitzt. Beispiel einer Gleichung: II: $x = y$

14

a) individuelle Lösung;
Beispiel eines Gleichungssystems:
I: $x + y = 2$
II: $x - y = 0$

b) Ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Variablen kann nicht genau zwei Lösungen haben. Daher existiert ein solches Gleichungssystem nicht.

c) individuelle Lösung;
Beispiel eines Gleichungssystems:
I: $y = 2$
II: $2y = 4$

Seite 188

15

a) I: $y = x + 2$
II: $y = 2x - 1$
Gleichsetzen: $x + 2 = 2x - 1 \quad | -x + 1$
$3 = x$
Einsetzen, z.B. in I: $y = 3 + 2 = 5$
Probe: $(3|5)$ in I: $5 = 3 + 2$ (wahr)
$(3|5)$ in II: $5 = 2 \cdot 3 - 1$ (wahr)
Schnittpunkt: $(3|5)$

b) I: $y = \frac{1}{2}x + 1$
II: $y = -\frac{1}{2}x + 2$
I + II: $2y = 3 \quad | :2$
$y = \frac{3}{2}$
Einsetzen, z.B. in I: $\frac{3}{2} = \frac{1}{2}x + 1 \quad | -1$
$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x \quad | \cdot 2$
$x = 1$
Probe: $\left(1\middle|\frac{3}{2}\right)$ in I: $\frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot 1 + 1$ (wahr)
$\left(1\middle|\frac{3}{2}\right)$ in II: $\frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \cdot 1 + 2$ (wahr)
Schnittpunkt: $\left(1\middle|\frac{3}{2}\right)$

c) I: $y = x$
II: $y = -2x - 2$
Gleichsetzen: $x = -2x - 2 \quad | +2x$
$3x = -2 \quad | :3$
$x = -\frac{2}{3}$
Einsetzen, z.B. in I: $y = -\frac{2}{3}$
Probe: $\left(-\frac{2}{3}\middle|-\frac{2}{3}\right)$ in I: $-\frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$ (wahr)
$\left(-\frac{2}{3}\middle|-\frac{2}{3}\right)$ in II: $-\frac{2}{3} = -2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 2$
$-\frac{2}{3} = \frac{4}{3} - \frac{6}{3}$ (wahr)
Schnittpunkt: $\left(-\frac{2}{3}\middle|-\frac{2}{3}\right)$

d) I: $y = 4x + 4$
II: $y = -\frac{1}{2}x + 1$
Gleichsetzen: $4x + 4 = -\frac{1}{2}x + 1 \quad | +\frac{1}{2}x - 4$
$\frac{9}{2}x = -3 \quad | \cdot \frac{2}{9}$
$x = -\frac{2}{3}$
Einsetzen, z.B. in I: $y = 4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 4 = -\frac{8}{3} + \frac{12}{3} = \frac{4}{3}$
Probe: $\left(-\frac{2}{3}\middle|\frac{4}{3}\right)$ in I: $\frac{4}{3} = 4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 4$
$\frac{4}{3} = -\frac{8}{3} + \frac{12}{3}$ (wahr)
$\left(-\frac{2}{3}\middle|\frac{4}{3}\right)$ in II: $\frac{4}{3} = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 1$
$\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{3}{3}$ (wahr)
Schnittpunkt: $\left(-\frac{2}{3}\middle|\frac{4}{3}\right)$

16

Preis für ein Brötchen (in €): x
Preis für eine Brezel (in €): y
Gleichungssystem:
I: $12x + 6y = 10{,}80$
II: $7x + 7y = 8{,}75$
Lösung des Gleichungssystems: $x = 0{,}55$, $y = 0{,}70$
Ein Brötchen kostet 55 ct, eine Brezel 70 ct.
Greta zahlt für 5 Brezeln und 8 Brötchen:
$5 \cdot 0{,}70\,€ + 8 \cdot 0{,}55\,€ = 7{,}90\,€$.

17

a) Preis eines Colafläschchens (in ct): x
Preis eines Schlumpfs (in ct): y
Gleichungssystem:
I: $3x + 3y = 24$
II: $5x + 2y = 25$
Lösung des Gleichungssystems: $x = 3$, $y = 5$
Ein Colafläschchen kostet 3 ct, ein Schlumpf 5 ct.

b) (1) Martin zahlt für 10 Minuten Telefongespräche un SMS 3,95 €. Michael zahlt für 8 Minuten und 7 SMS 4 Wie viel kostet eine Gesprächsminute, wie viel eine S
Lösung: Gesprächsminute: 25 ct, SMS: 29 ct
(2) Kauft man 5 kg Äpfel und 2 kg Birnen, so zahlt m 16 €, kauft man dagegen 2 kg Äpfel und 5 kg Birnen, s zahlt man 19 €.
Lösung. 1 kg Äpfel kostet 2 €, 1 kg Birnen 3 €.
(3) Jan hat 3 Minuten telefoniert und zahlt pauschal für beliebig viele SMS. Er muss 5,57 € zahlen. Jana ha Minuten telefoniert und 10 SMS versandt und muss 3,85 € zahlen. Wie viel kostet eine Gesprächsminute, viel eine SMS für Jana?

Minute: 19 ct, SMS: 29 ct

(4) Zwei Erwachsene und zwei Kinder kosten zusammen 70 €. Ein Erwachsener und vier Kinder kosten 80 €. Wie viel kostet ein Erwachsener, wie viel ein Kind?

Lösung: Erwachsener: 20 €, Kind: 15 €.

18

Benötigte Menge an 35%iger Essigsäure (in l): x

Benötigte Menge an 20%iger Essigsäure (in l): y

Gleichungssystem:

I: $0{,}35x + 0{,}2y = 0{,}45$

II: $x + y = 1{,}5$

Lösung des Gleichungssystems: $x = 1,\ y = 0{,}5$

Es werden 1 l 35%ige Essigsäure und 0,5 l 20%ige Essigsäure benötigt.

19

Prozentsatz an 90%iger Säure: x

Prozentsatz an Wasser: y

a) Gleichungssystem:

I: $0{,}9x = 0{,}45$

II: $x + y = 1$

Lösung des Gleichungssystems: $x = 0{,}5,\ y = 0{,}5$

Es werden 50 % Säure und 50 % Wasser benötigt.

b) Gleichungssystem:

I: $0{,}9x = 0{,}6$

II: $x + y = 1$

Lösung des Gleichungssystems: $x = \frac{2}{3},\ y = \frac{1}{3}$

Es werden ca. 67 % Säure und 33 % Wasser benötigt.

c) Gleichungssystem:

I: $0{,}9x = 0{,}3$

II: $x + y = 1$

Lösung des Gleichungssystems: $x = \frac{1}{3},\ y = \frac{2}{3}$

Es werden ca. 33 % Säure und 67 % Wasser benötigt.

d) Gleichungssystem:

I: $0{,}9x = 0{,}15$

II: $x + y = 1$

Lösung des Gleichungssystems: $x = \frac{1}{6},\ y = \frac{5}{6}$

Es werden ca. 17 % Säure und 83 % Wasser benötigt.

Seite 189

20

a) Erste Zahl: x

Zweite Zahl: y

$$2x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \cdot (x + y) + 1$$

$$2x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + 1 \quad \left| -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y \right.$$

$$\frac{3}{2}x = 1 \quad \left| \cdot \frac{2}{3} \right.$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Die erste Zahl ist $\frac{2}{3}$, die zweite Zahl kann beliebig gewählt werden.

b) Erste Zahl: x

Zweite Zahl: y

Gleichungssystem:

I: $x = 2y$

II: $3x + y = 14$

Lösung des Gleichungssystems: $x = 4,\ y = 2$

Die erste Zahl ist 4, die zweite 2.

21

a) Gleichungssystem:

I: $10z + e = 9e$

II: $z + e = 9$

Lösung des Gleichungssystems: $z = 4,\ e = 5$

Die gesuchte Zahl ist 45.

b) Gleichungssystem:

I: $10z + e = 2 \cdot 6z$

II: $10z + e = z + e + 18$

Lösung: $z = 2,\ e = 4$

Die gesuchte Zahl ist 24.

c) Gleichungssystem:

I: $10z + e + 3(z + e) = 99$

II: $10e + z = 3(z + e)$

Lösung: $z = 7,\ e = 2$

Die gesuchte Zahl ist 72.

22

Zehnerziffer der gesuchten Zahl: z

Einerziffer der gesuchten Zahl: e

Gleichungssystem:

I: $10z + e = 8 \cdot (z + e)$

II: $10e + z = 10z + e - 45$

Lösung des Gleichungssystems: $z = 7,\ e = 2$

Die gesuchte Zahl ist 72.

23

a) I: $x - 2y = 1 \quad | \cdot (-2)$

II: $2x - 3y = 1$

Ia: $-2x + 4y = -2$

II: $2x - 3y = 1$

Ia + II: $y = -1$

Einsetzen, z. B. in I: $x - 2 \cdot (-1) = 1 \quad | -2$

$x = -1$

Lösung: $x = -1,\ y = -1$

b) I: $x - 2y = 3 \quad | \cdot (-2)$

II: $2x - 3y = 3$

Ia: $-2x + 4y = -6$

II: $2x - 3y = 3$

Ia + II: $y = -3$

Einsetzen, z. B. in I: $x - 2 \cdot (-3) = 3 \quad | -6$

$x = -3$

Lösung: $x = -3,\ y = -3$

c) I: $x - 2y = a \quad | \cdot (-2)$

II: $2x - 3y = a$

Ia: $-2x + 4y = -2a$

II: $2x - 3y = a$

Ia + II: $y = -a$

Einsetzen, z. B. in I: $x - 2 \cdot (-a) = a \quad | -2a$

$x = -a$

Die Lösung ist $x = -a,\ y = -a$