Check-out Kapitel VI, S 109 – S 112

1 a) $y = \frac{4}{5}x + 2$

b) $P(5|6)$:

$5 \cdot 6 = 4 \cdot 5 + 10$

$10 = 10$ (wahr)

$Q(-5|2)$:

$5 \cdot (-2) = 4 \cdot (-5) + 10$

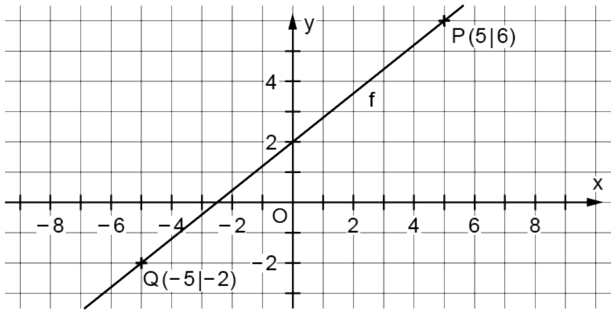
$-10 = -10$ (wahr)

c) $5y = 4x + 10 \quad |-10$

$5y - 10 = 4x \quad |:4$

$1{,}25y - 2{,}5 = x$

$x = 1{,}25 \cdot (-6) - 2{,}5 = -10$



2 a) II: $2y - 6x = -14 \quad |+6x$

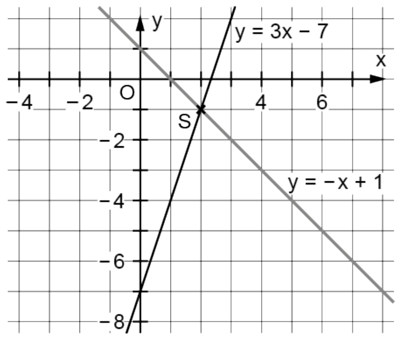
$2y = 6x - 14 \quad |:2$

$y = 3x - 7$

Die zu dieser linearen Funktion gehörende Gleichung wurde in das Koordinatensystem eingezeichnet.

$(2|-1)$ in I: $-1 = -2 + 1$ (wahr)

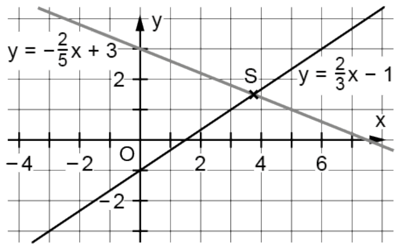
$(2|-1)$ in II: $2 \cdot (-1) - 6 \cdot 2 = -14$ (wahr)



b) I: $2x + 5y = 15 \quad |-2x$

$5y = -2x + 15 \quad |:5$

$y = -\frac{2}{5}x + 3$



Die Lösung ist $x = 3{,}75$ und $y = 1{,}5$

3 a)

Gleichsetzen: $3x - 4 = 5x - 20 \quad |+4-5x$

$-2x = -16 \quad |:(-2)$

$x = 8$

$x = 8$ in I: $4y = 3 \cdot 8 - 4 = 20 \quad |:4$

$y = 5$

Probe:

$(8|5)$ in I: $4 \cdot 5 = 3 \cdot 8 - 4$ (wahr)

$(8|5)$ in II: $4 \cdot 5 = 5 \cdot 8 - 20$ (wahr)

Die Lösung ist $x = 8$ und $y = 5$.

b) f: $y = 3x + 4$

g: $y = -0{,}5x - 2$

Gleichsetzen: $3x + 4 = -0{,}5x - 2 \quad |+0{,}5x - 4$

$3{,}5x = -6 \quad |:3{,}5$

$x = -\frac{12}{7}$

$x = -\frac{12}{7}$ in I: $y = 3 \cdot \left(-\frac{12}{7}\right) + 4 = -\frac{8}{7}$

Probe:

$\left(-\frac{12}{7}\middle| -\frac{8}{7}\right)$ in I: $-\frac{8}{7} = 3 \cdot \left(-\frac{12}{7}\right) + 4$ (wahr)

$\left(-\frac{12}{7}\middle| -\frac{8}{7}\right)$ in II: $-\frac{8}{7} = -0{,}5 \cdot \left(-\frac{12}{7}\right) - 2$ (wahr)

Der Schnittpunkt ist $\left(-\frac{12}{7}\middle| -\frac{8}{7}\right)$

Autorin: Wiebke Bucholzki

4 $\text{IIa: } y = 11 - 3x$

IIa in I: $7x - 2 \cdot (11 - 3x) = 4$

$$7x - 22 + 6x = 4$$

$$13x - 22 = 4 \qquad | + 22$$

$$13x = 26 \qquad | : 13$$

$$x = 2$$

$x = 2$ in IIa: $y = 11 - 3 \cdot 2 = 5$

Probe: $(2|5)$ in I: $7 \cdot 2 - 2 \cdot 5 = 4$ (wahr)

$(2|5)$ in II: $3 \cdot 2 + 5 = 11$ (wahr)

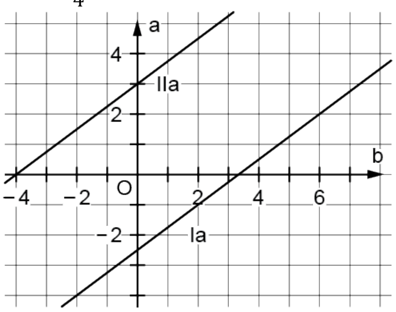
Die Lösung ist $x = 2$ und $y = 5$.

5 a) Nach a auflösen:

Ia: $a = \frac{3}{4}b - 2{,}5$

IIa: $1{,}5b + 6 = 2a \qquad | : 2$

$$\frac{3}{4}b + 3 = a$$



Das lineare Gleichungssystem hat keine Lösung.

b) A: $\text{IIa}: y = 2x - 1$

$y = 2x - 1$ in I:

$$3 \cdot (2x - 1) - 6x = 3$$

$$6x - 3 - 6x = 3$$

$$-3 = 3$$

Es gibt kein x, das diese Gleichung erfüllt. Das Gleichungssystem hat keine Lösung.

B: $s = 3t + 6$ in II:

$$3 + 1{,}5t = 1{,}5t + 3 \qquad | - 1{,}5t$$

$$3 = 3$$

Diese Gleichung ist für jede Zahl x erfüllt. Das Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen.

6 Ia: $4x - 6y = -26$

IIa: $15x + 6y = -12$

$\text{Ia} + \text{IIa}$: $19x = -38 \qquad | : 19$

$$x = -2$$

$x = -2$ in I:

$$2 \cdot (-2) - 3y = -13$$

$$-4 - 3y = -13 \qquad | + 4$$

$$-3y = -9 \qquad | : (-3)$$

$$y = 3$$

$(-2|3)$ in I:

$2 \cdot (-2) - 3 \cdot 3 = -13$ (wahr)

$(-2|3)$ in II:

$5 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 = -4$ (wahr)

Die Lösung ist $x = -2$ und $y = 3$.

7 a) Einsetzungsverfahren:

$a = b + 1$ in II:

$$-4 \cdot (b + 1) + 12 = 4b$$

$$-4b - 4 + 12 = 4b \qquad | + 4b$$

$$8 = 8b \qquad | : 8$$

$$1 = b$$

$b = 1$ in II: $a = 1 + 1 = 2$

Probe: $(2|1)$ in

I: $-4 \cdot 2 + 12 = 4 \cdot 1$ (wahr)

$(2|1)$ in II: $2 = 1 + 1$ (wahr)

Die Lösung ist $a = 2$ und $b = 1$.

b) Additionsverfahren:

I: $4s + 5t = 50$

IIa: $15s - 5t = 45$

$\text{I} + \text{IIa}$: $19s = 95 \qquad | : 19$

$$s = 5$$

$s = 5$ in II:

$$3 \cdot 5 - t = 9 \qquad | + t - 9$$

$$6 = t$$

Probe: $(5|6)$ in I:

$4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 = 50$ (wahr)

$3 \cdot 5 - 6 = 9$ (wahr)

Die Lösung ist $s = 5$ und $t = 6$.

c) Gleichsetzungsverfahren:

Ia: $-9x = -11y + 40$

II: $-9x = 8y + 2$

Gleichsetzen:

$$-11y + 40 = 8y + 2 \qquad | + 11y - 2$$

$$38 = 19y \qquad | : 19$$

$$2 = y$$

$y = 2$ in II: $-9x = 8 \cdot 2 + 2 = 18$

$$x = -2$$

Probe: $(-2|2)$ in I:

$-9 \cdot (-2) = -11 \cdot 2 + 40$ (wahr)

$(-2|2)$ in II:

$-9 \cdot (-2) = 8 \cdot 2 + 2$ (wahr)

Die Lösung ist $x = -2$ und $y = 2$.

Autorin: Wiebke Bucholzki

8 a) **Gesucht:** Preis für jeweils 1 kg der beiden Kaffeesorten.

Gegeben und wichtig: Der Preis für 5 kg der ersten und 3 kg der zweiten Sorte beträgt 120,90 €.
Der Preis für 3 kg der ersten und 5 kg der zweiten Sorte beträgt 123,10 €.

Gesuchte Größen mit Variablen benennen:
Preis für 1 kg der ersten Kaffeesorte: x; Preis für 1 kg der zweiten Kaffeesorte: y

Aufstellen eines Gleichungssystems:

$\mathrm{I}:\ 5x + 3y = 120{,}90 \quad | \cdot 3$

$\mathrm{II}:\ 3x + 5y = 123{,}10 \quad | \cdot (-5)$

Lösen des Gleichungssystems:

$\mathrm{Ia}:\ 15x + 9y = 362{,}70$

$\mathrm{IIa}:\ -15x - 25y = -616{,}50$

$\mathrm{Ia} + \mathrm{IIa}:\ -16y = -252{,}8 \quad | : (-16)$

$y = 15{,}8$

$y = 15{,}8$ in I:

$5x + 3 \cdot 15{,}8 = 120{,}9 \quad | -47{,}4$

$5x = 73{,}5 \quad | : 5$

$x = 14{,}7$

Probe: $x = 14{,}7$ und $y = 15{,}8$ in I:

$5 \cdot 14{,}7 + 3 \cdot 15{,}8 = 120{,}90$ (wahr)

$x = 14{,}7$ und $y = 15{,}8$ in II:

$3 \cdot 14{,}7 + 5 \cdot 15{,}8 = 123{,}10$ (wahr)

Kontrolle und Antwort:
5 kg der ersten Sorte und 3 kg der zweiten Sorte kosten zusammen 120,90 €, 3 kg der ersten und 5 kg der zweiten Sorte kosten zusammen 123,10 €. Die Preise stimmen also.
1 kg der ersten Sorte kostet also 14,70 €, 1kg der zweiten Sorte kostet 15,80 €.

b) **Gesucht:** Laufzeit von Felix und Entfernung der beiden zum Strandbad

Gegeben und wichtig: Felix läuft konstant mit $12\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, Susanne mit konstant $15\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.
Susanne startet 3 Minuten nach Felix, die Runde ist 7,8 km lang.

Gesuchte Größen mit Variablen benennen:
Laufzeit von Felix in Minuten: x; Laufzeit von Susanne in Minuten: y

Aufstellen eines Gleichungssystems:

$\mathrm{I}:\ x = y + 3$

$\mathrm{II}:\ \frac{12}{60}x + \frac{15}{60}y = 7{,}8$

Lösen des Gleichungssystems:

$x = y + 3$ in II:

$\frac{1}{5} \cdot (y + 3) + \frac{1}{4}y = 7{,}8$

$\frac{1}{5} \cdot y + \frac{3}{5} + \frac{1}{4}y = 7{,}8 \quad | -0{,}6$

$0{,}45y = 7{,}2 \quad | : 0{,}45$

$y = 16$

$y = 16$ in I: $y = 16 + 3 = 19$

Probe: $x = 19$ und $y = 16$ in I:

$19 = 16 + 3$ (wahr)

$x = 19$ und $y = 16$ in II:

$\frac{1}{5} \cdot 19 + \frac{1}{4} \cdot 16 = 7{,}8$ (wahr)

Kontrolle und Antwort:
Felix läuft 3 Minuten länger als Susanne.
Zusammen kommen die beiden auf eine Wegstrecke von 7,8 km, wobei Felix in 19 Minuten 3,8 km zurücklegt und Susanne in 16 Minuten 4 km. Die beiden sind also 3,8 km von dem Strandbad entfernt.

Autorin: Wiebke Bucholzki