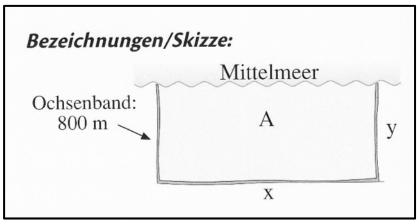
**Lösung des Einführungsbeipiels:**

Es handelt sich hier um ein Optimierungs- oder Extremalproblem. Die Zielgröße – der Flächeninhalt A des Rechtecks – soll maximal werden.




Die Zielgröße A hängt von zwei Variablen an, von der Länge x und der Breite y des Rechtecks. Es gilt:
$A = x*y$

Die **Hauptbedingung (Zielgröße)** lautet also: $A(x,y) = x \cdot y$

**Nebenbedingung**:
Die beiden Variablen x und y sind nicht unabhängig voneinander.
Sie stehen durch die Bedingung, dass die Gesamtlänge der drei angrenzenden Seiten 800 m beträgt, miteinander in Beziehung:

$x+2y=800$ (Nebenbedingung)

**Bestimmung der Zielfunktion in Abhängigkeit von einer Variablen**
Löse die Nebenbedingung nach einer Variablen auf und setze das Ergebnis in die Hauptbedingung ein.

$$x + 2y = 800 \Leftrightarrow y = 400 - 0{,}5x$$

Der Term $400 - 0{,}5x$ wird für y eingesetzt in die Zielgröße $A(x,y) = x \cdot y$

Es ergibt sich: $A(x) = x \cdot (400 - 0{,}5x) = -0{,}5x^2 + 400x$

**Zielfunktion**: $A(x) = -0{,}5x^2 + 400x$

**Definitionsbereich**: 0<x<800

**Extremalrechnung:**
Gesucht ist das Maximum dieser Funktion. Bestimme dies mit Hilfe der Differntialrechnung:

$A'(x) = -x + 400$ $A''(x) = -1$

Notwendige Bedingung für Extremstellen: A'(x)=0 $\Leftrightarrow -x + 400 = 0 \Leftrightarrow x = 400$

Hinreichende Bedingung: A''(x)≠0 . Es gilt: A''(400)= –1 <0 Also liegt bei x=400 ein lokales Maximum vor.
A(400)=80000

**Randwertbetrachtung**: Für x-> 0 gilt auch A(x) –> 0. Ebenso gilt: A(x) –>0 für x–> 800

**Fazit**:
Die Fläche wird maximal für x=400 m. Dann ist y= 200 m. Die Fläche des rechteckigen Grundstücks beträgt 80000 m$^2$.