

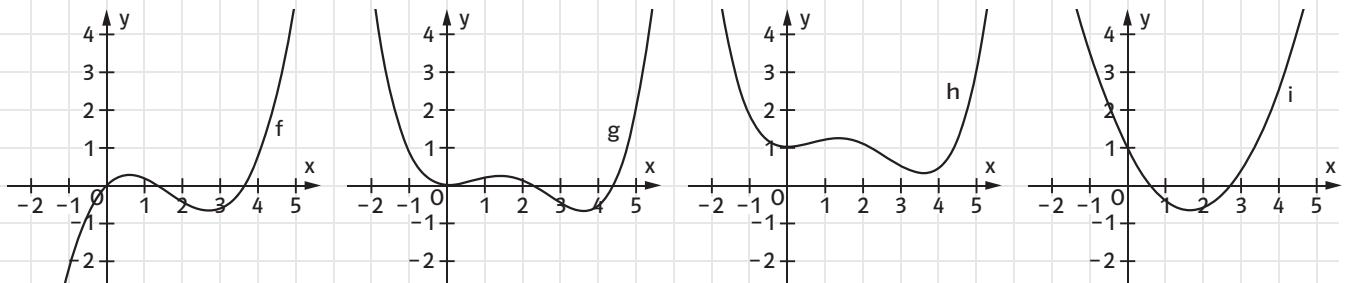
Zusammenhang zwischen Stammfunktion und Ableitung

1. a) Definieren Sie, was man unter einer Stammfunktion versteht, und geben Sie drei Beispiele an.

b) Begründen Sie, warum es zu einer gegebenen Funktion f keine eindeutig bestimmte Stammfunktion F gibt.

2. Welche Graphen stellen jeweils die Ableitung bzw. eine Stammfunktion von f , g , h bzw. i dar?

Beachten Sie, dass nicht zu jedem Graphen die Ableitung bzw. eine Stammfunktion dargestellt ist.



Ableitung von f :

Ableitung von g :

Ableitung von h :

Ableitung von i :

Stammfunktion(en) von f :

Stammfunktion(en) von g :

Stammfunktion(en) von h :

Stammfunktion(en) von i :

3. Welche Stammfunktion F gehört zur Funktion f ? Ordnen Sie die Stammfunktionen zu, indem Sie F jeweils ableiten und mit den gegebenen Funktionen f vergleichen. Bei richtiger Zuordnung ergibt sich ein Lösungswort.

(1) $f(x) = x - 1$

(2) $f(x) = 2x^3 - 6x^2$

(3) $f(x) = 6x^2$

(4) $f(x) = x - 2$

(5) $f(x) = 6x^2 - 1$

(6) $f(x) = 3x^2 - 6x$

(7) $f(x) = 4x^3 - 6x^2$

(8) $f(x) = 6x - 3x^2$

(9) $f(x) = 4x - 1$

(N) $F(x) = 2x^2 - x$

(S) $F(x) = 0,5(x^2 - 2x)$

(E) $F(x) = 0,5x^2 - 2x$

(A) $F(x) = x^4 - 2x^3$

(M) $F(x) = x^3 - 3x^2$

(U) $F(x) = x^3(0,5x - 2)$

(N) $F(x) = x^2(3 - x)$

(P) $F(x) = 2(x^3 - 1)$

(R) $F(x) = 2x^3 - x$

Lösungswort:

Zusammenhang zwischen Stammfunktion und Ableitung – Lösung

1. a) Definieren Sie, was man unter einer Stammfunktion versteht, und geben Sie drei Beispiele an.

F ist eine Stammfunktion von f , wenn gilt $F'(x) = f(x)$.

$F(x) = x^3$ ist eine Stammfunktion von $f(x) = 3x^2$, denn $F'(x) = 3x^2$.

$F(x) = x^3 + 48$ ist auch eine Stammfunktion von $f(x) = 3x^2$, denn $F'(x) = 3x^2$.

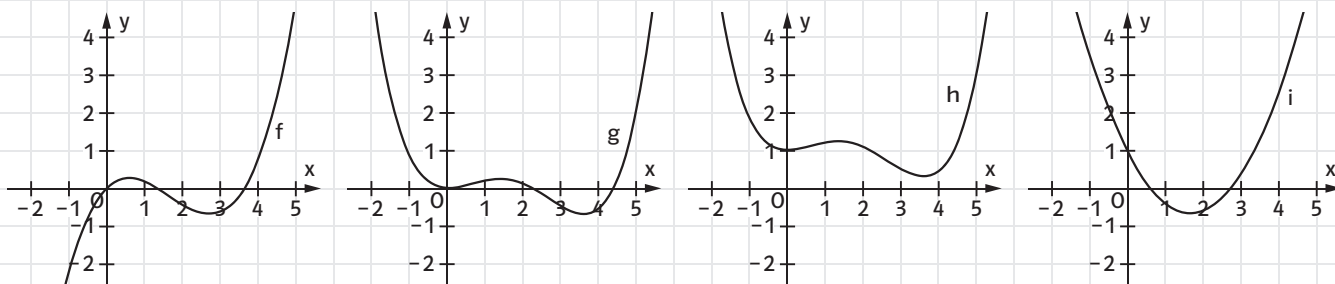
$F(x) = \sin(x)$ ist eine Stammfunktion von $f(x) = \cos(x)$, denn $F'(x) = \cos(x)$.

- b) Begründen Sie, warum es zu einer gegebenen Funktion f keine eindeutig bestimmte Stammfunktion F gibt.

Da beim Ableiten konstante Summanden wegfallen, ist $G(x) = F(x) + c$ ($c \in \mathbb{R}$) stets eine Stammfunktion von f , wenn F eine Stammfunktion von f ist. Beispiel: Zu f mit $f(x) = x^2$ sind alle Funktionen $F_c(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$ mit $c \in \mathbb{R}$ Stammfunktionen.

2. Welche Graphen stellen jeweils die Ableitung bzw. eine Stammfunktion von f, g, h bzw. i dar?

Beachten Sie, dass nicht zu jedem Graphen die Ableitung bzw. eine Stammfunktion dargestellt ist.



Ableitung von f :	Funktion i	Stammfunktion(en) von f :	Funktionen g und h
Ableitung von g :	Funktion f	Stammfunktion(en) von g :	ist nicht dargestellt
Ableitung von h :	Funktion f	Stammfunktion(en) von h :	ist nicht dargestellt
Ableitung von i :	ist nicht dargestellt	Stammfunktion(en) von i :	Funktion f

3. Welche Stammfunktion F gehört zur Funktion f ? Ordnen Sie die Stammfunktionen zu, indem Sie F jeweils ableiten und mit den gegebenen Funktionen f vergleichen. Bei richtiger Zuordnung ergibt sich ein Lösungswort.

(1) $f(x) = x - 1$

(2) $f(x) = 2x^3 - 6x^2$

(3) $f(x) = 6x^2$

(4) $f(x) = x - 2$

(5) $f(x) = 6x^2 - 1$

(6) $f(x) = 3x^2 - 6x$

(7) $f(x) = 4x^3 - 6x^2$

(8) $f(x) = 6x - 3x^2$

(9) $f(x) = 4x - 1$

(N) $F(x) = 2x^2 - x$

(S) $F(x) = 0,5(x^2 - 2x)$

(E) $F(x) = 0,5x^2 - 2x$

(A) $F(x) = x^4 - 2x^3$

(M) $F(x) = x^3 - 3x^2$

(U) $F(x) = x^3(0,5x - 2)$

(N) $F(x) = x^2(3 - x)$

(P) $F(x) = 2(x^3 - 1)$

(R) $F(x) = 2x^3 - x$

Lösungswort: S U P E R M A N N